

104年特種考試地方政府公務人員考試試題

代號： 34070
|
34270

全一張
(正面)

等 別：三等考試

類 科：電力工程、電子工程、電信工程

科 目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求橢圓 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 在點 $(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ 上的切線方程式 $y = f(x)$ 。(10分)

二、設3階方陣 $A = \begin{bmatrix} x^2 & x+1 & 3 \\ 1 & 2x-1 & x^3 \\ 0 & x & -2 \end{bmatrix}$ ，求其行列式之 x 的導函數 $\frac{d}{dx}|A|$ 為何？(10分)

三、某製造公司採用3種不同的方法 A 、 B 及 C 來設計和開發某個特定的產品。基於成本的考量，這3種方法不會同時被採用；而且，方法 A 、 B 和 C 分別用在30%、20%及50%的產品上。已知這3種方法所製造出來的產品其瑕疵率分別為 $P(D|A) = 0.01$ ， $P(D|B) = 0.03$ ， $P(D|C) = 0.02$ ，其中事件 D 代表所選取的產品是有瑕疵的集合。請問假設觀察一個隨機選取的產品且發現它有瑕疵，則此瑕疵品最有可能是來自那一個生產方法？(15分)

四、請找出所有滿足 $\sin(z) = -i$ 之複數 z 的解，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：7340

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 令 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 為三向量，有關其內積 (inner product) 與外積 (cross product) 之敘述，下列等式何者正確？

(A) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ (B) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ (C) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{c} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}$ (D) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$

2 若 \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{H} 為 R^3 上之向量， c 為任意純量，且定義 $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{G} \times \mathbf{H})$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = -[\mathbf{F}, \mathbf{H}, \mathbf{G}]$ (B) $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = [\mathbf{G}, \mathbf{F}, \mathbf{H}]$
(C) $[\mathbf{F}, \alpha\mathbf{G} + \beta\mathbf{K}, \mathbf{H}] = \alpha[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] + \beta[\mathbf{F}, \mathbf{K}, \mathbf{H}]$ (D) 若 $\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{H}$ ，則 $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = 0$

3 設 $\mathbf{u} = (1, 0, 2)$ ； $\mathbf{v} = (2, 1, 0)$ ； $\mathbf{w} = (0, 1, 1)$ ，則由 \mathbf{u} , \mathbf{v} 及 \mathbf{w} 所形成的平行立方體 (parallelepiped) 體積為何？

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

4 一微分方程式 $y'' + 4y = 8x^2$ ，下列何者不會出現在其一般解 (general solution) 中？

(A) $\cos 2x$ (B) $\sin 2x$ (C) $2x^2 - 1$ (D) $\sqrt{2}x + 2$

5 複變函數 $f(z) = \frac{z^2 - 3z - 4}{z^3 - 4z^2 + z - 4}$ 在複數平面上，下列那一點不連續？

(A) $1+i$ (B) -1 (C) i (D) 4

6 令複數 $z = 1+i$ ，則 $\ln(z)$ 可為下列何者？

(A) $\ln(\sqrt{2}) + 0.25\pi i$ (B) $\ln(\sqrt{2}) + \pi i$ (C) $\ln(\sqrt{2}) - \pi i$ (D) $\ln(\sqrt{2}) - 0.25\pi i$

7 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 8 & 20 & 0 \\ -2 & \alpha & 0 \\ -6 & -12 & -2 \end{bmatrix}$ ，若 $\lambda = 2$ 為其一特徵值 (eigenvalue)，則 $\alpha = ?$

(A) $-\frac{14}{3}$ (B) $-\frac{15}{3}$ (C) $-\frac{14}{5}$ (D) -3

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：電力工程、電子工程、電信工程
科 目：工程數學

- 8 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 之對角化 (diagonalization) 矩陣 $D = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$, $a \leq b \leq c$, 令 $A = XDX^{-1}$, 其中 $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$,

試問下列結果何者正確?

- (A) $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (B) $x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (C) $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 9 假設有一矩陣 $\begin{bmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{bmatrix}$ 其行列式值為 7, 求 $\begin{bmatrix} x+p & y+q & z+r \\ -p & -q & -r \\ 4a & 4b & 4c \end{bmatrix}$ 的行列式值為多少?

- (A) -28 (B) 28 (C) -56 (D) 56

- 10 下列矩陣關係式, 何者正確?

- (A) $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ \sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \sin n\theta & \cos n\theta \\ \cos n\theta & \sin n\theta \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \cosh n\theta & \sinh n\theta \\ \sinh n\theta & \cosh n\theta \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} \sinh \theta & \cosh \theta \\ \cosh \theta & \sinh \theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \sinh n\theta & \cosh n\theta \\ \cosh n\theta & \sinh n\theta \end{bmatrix}$

- 11 將複函數 $f(z) = \frac{1}{3-z}$ 表為泰勒級數 (Taylor series) 展開式 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-1)^n$, 則下列敘述何者錯誤?

- (A) 此泰勒級數的收斂區域為 $|z-1| < 2$ (B) $a_0 = 1$
(C) $a_2 = \frac{1}{8}$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

- 12 假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z|=1$, 試求積分 $\int_C \frac{z}{(9-z^2)(z+i)} dz$ 為何?

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $2\pi i$

- 13 $\frac{d^2y}{dt^2} + y = \delta(t-\pi)$, 初始條件 $y(0) = y'(0) = 0$ 。其中, $\delta(t)$ 為單位脈衝函數 (Unit impulse function), 則 $y(t = \frac{3}{2}\pi) = ?$

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) π

- 14 令 $f(t) = \cos^2(t)$, $t > 0$, 試求 $f(t)$ 之拉普拉斯轉換 (Laplace transform) $F(s) = L\{f(t)\}$?

- (A) $\frac{3}{s} + \frac{4}{s^2}$ (B) $\frac{1}{2s} + \frac{s}{2s^2+8}$ (C) $\frac{1}{s+2} + \frac{s}{s^2+8}$ (D) $\frac{1}{s} + \frac{s}{s^2+1} + \frac{s}{s^3+2}$

- 15 若 $y(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} + \dots$ 為微分方程式 $y' = 2xy$ 的解, 其中 $y' = \frac{dy}{dx}$, 則下列何者正確?

- (A) $a=0$ (B) $b=1$ (C) $c=2$ (D) $d=0$

- 16 假設每本書每一章平均會有 2 個錯誤, 隨機抽檢某書的某一章, 則至少有 2 個錯誤的機率約為何? ($e=2.72$, $e^2=7.39$, $e^3=20.09$)

- (A) 0.2 (B) 0.4 (C) 0.6 (D) 0.8

- 17 離散隨機變數 X 與 Y 之結合機率質量函數 (joint probability mass function) 為:

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x^2+y^2), & \text{if } (x,y) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 試問 c 值為何?

- (A) 0.05 (B) 0.5 (C) 1 (D) 5

- 18 某工廠有 2 台機器 A 和 B 分別生產 40% 及 60% 的產品。已知, 2 台機器做的產品中分別有 2% 及 3% 的瑕疵品。假設現在任意選擇一個產品是瑕疵品, 請問它是由機器 B 所生產的機率為何?

- (A) 0.026 (B) 8/26 (C) 18/26 (D) 0.018

- 19 假設 X 和 Y 為兩個獨立之隨機變數, 其均勻分布於區間 $[0, 1]$ 。求方程式 $t^2 + Xt + 2Y = 0$ 有兩個實根之機率為何?

- (A) 1/3 (B) 1/8 (C) 1/12 (D) 1/24

- 20 設 $y=a(t)$ 為 $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = 4$ 之解, 則 $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)$ 之值為何?

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) ∞

測驗式試題標準答案

考試名稱：104年特種考試地方政府公務人員考試

類科名稱：電力工程、電信工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：7340）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	B	C	D	C	A	A	B	B	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	C	B	B	D	C	A	C	D	B

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：